EITにおける3次元数値計算
–局所化された境界データからの包含物の同定–

井手 貴範 (アイシン AW), 磯崎 洋 (筑波大学), 仲田 晋 (立命館大学),
Samuli Siltanen (Univ. of Helsinki)

1 はじめに

$\mathbf{R}^{\mu}(\mu = 2, 3)$ 内の物体 Ω(数学的には有界開集合) の電気伝導度を $\gamma(x)$ とし，$u(x)$ を電圧ポテンシャルとすれば次のような方程式が成り立つ：

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\gamma(x)\nabla u) = 0 \quad \text{in} \quad \Omega, \\ u = f \quad \text{on} \quad \partial\Omega. \end{cases} \tag{1}$$

ここで n を境界 ($\partial\Omega$) 上の単位法線ベクトルとし，以下のような Dirichlet–Neumann 写像を与える：

$$\Lambda : f \to \gamma(x)\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega}. \tag{2}$$

ここで，(1) の電気伝導度 $\gamma(x)$ は次のように与える：

$$\gamma(x) = \begin{cases} \gamma_1(x), \quad x \in \Omega_1 \\ \gamma_0(x), \quad x \in \Omega_0 := \Omega\backslash\Omega_1. \end{cases} \tag{3}$$

我々が考える偏微分方程式 (1) の物理的な意味と導き出された理論的な結果，2 次元における数値実験については [IINSG] を参照されたい．本稿においては 3 次元の場合の数値実験結果について述べたい．

2 問題設定

3 次元領域において，[IINSG] に示されるアルゴリズムに従えば，$\gamma(x)$ が不連続に変化している位置 $\partial\Omega_1$ を検出できる．これを検証するため，次の 3 次元領域を例として考える：

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3); -1 \le x_1 \le 1, \quad -1 \le x_2 \le 1, \quad 0 \le x_3 \le 2\}. \tag{4}$$

領域の底面 $\Gamma = \{x \in \Omega; x_3 = 0\}$ 内に中心 x_c を持ち半球 R の球 $B(x_c, R)$ をとる．境界データとしてはパラメータ $\tau > 0$ に依存し $B(x_c, R)$ にのみ台を持つものを考える.
(3) において $\gamma_0(x) = 1, \gamma_1(x) = \sigma > 1$ として電気伝導度を与え, 中心 x_c, 半径 R を変化させることで $\partial\Omega_1$ を特定する.

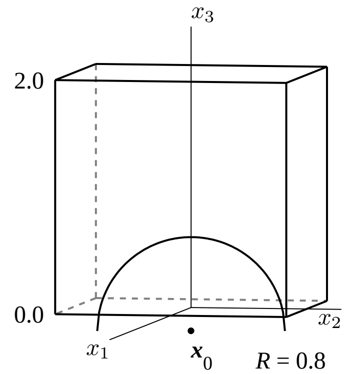

図 1: R=0.8 の場合の Probing sphere

3　数値実験

我々が提案するアルゴリズムに従い, 上図の点の中心から半球を構成し, 包含物の同定の数値実験を行った. その結果は以下の通りである.

球形の包含物が 1 つある場合

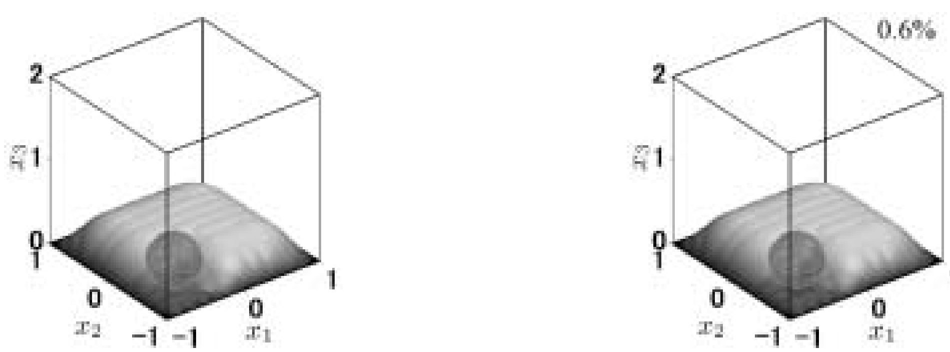

図 2: 左:Best reconstruction, 右:再構成結果 (相対誤差 0.6%)

ノイズがある場合についても，講演の際に紹介したい.

参考文献

[Ik] M. Ikehata, Reconstruction of the support function for inclusion from boundary measurements, *J. Inv. Inverse Problems* 8 (2000), 127–140.

[IkSi] M. Ikehata and S. Siltanen, Numerical method for finding the convex hull of an inclusion in conductivity from boundary measurements, *Inverse Problems* 16 (2000), 1043–1052.

[IINSG] T. Ide, H. Isozaki, S. Naktata, S. Siltanen, G. Uhlmann, Probing for electrical inclusions with complex spherical waves, *Communications on Pure and Applied Mathematics* 60(10) (2008), 1415–1442.